ROYAUME DU MAROC
---*---
MINISTERE DE L'EQUIPEMENT,
DU TRANSPORT ET DE LA LOGISTIQUE
---*---
INSTITUT SUPERIEUR
D'ETUDES MARITIMES
---*---

I.S.E.M

Concours d'accès en 1ère année du cycle normal (2015/2016)

Epreuve de Mathématique, durée 1h30

Questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

Exercice 1 *On considère la fonction de variable réelle x définie par $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Alors,*

A $D_f=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$.

B f *est paire.*

C f *n'est ni paire, ni impaire.*

D f *est impaire.*

Exercice 2 *L'intégrale* $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ *est égale à :*

A $-\frac{1}{2}$.

B $2\ln 2$.

C $\frac{\pi}{2}$.

D $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 3 *L'intégrale* $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1}{x+\sqrt{3}}dx$ *est égale à :*

A $\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$.

B $2\ln(1+\sqrt{3})-\ln 2$.

C $\dfrac{1}{(\sqrt{3}-1)^2}-\dfrac{1}{(1+\sqrt{3})^2}$.

D $\ln(\sqrt{3}-1)-\ln(1+\sqrt{3})$.

Exercice 4 *Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x)=2x-1+\frac{1}{x}$. La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote au voisinage de $+\infty$ la droite d'équation :*

A $y=0$.

B $y=2x-1$.

C $y=1-2x$.

D $y=-x+1$.

Exercice 5 *Le nombre* $2\ln\left(\frac{e}{4}\right)+5\ln 2+\ln\left(\frac{8}{e}\right)$ *est égal à :*

A $1+4\ln 2$.

B $4\ln 2+3$.

C $2\ln 5+1$.

D $8\ln 2$.

Exercice 6 *On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$. On a*

A $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

B $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=2$.

C $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-1$.

D $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$.

Exercice 7 *Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^{2x}$. On rappelle que $2 < e < 3$.*

[A] $f'(x) + 2f(x) = e^{2x}$. [B] $f(x) = -\frac{1}{16}$ *a deux solutions distinctes.*

[C] $\forall \alpha \leq -1$, $\int_{\alpha}^{-1} f(x)dx = -\frac{1}{4e^2} - \frac{2\alpha+1}{4}e^{2\alpha}$. [D] $\lim_{\alpha \to -\infty} I_\alpha = +\infty$.

Exercice 8 *Pour tout réel $x \geq 1$, on pose : $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} e^{-t^2}dt$. Alors, $F'(x)$ est égale à :*

[A] $e^{-x^6} - e^{-x^4}$. [B] $-2x^3e^{-x^3} + 2x^2e^{-x^2}$.

[C] $3x^2e^{-x^6} - 2xe^{-x^4}$. [D] $e^{-x^6-x^4}$.

Exercice 9 *Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \frac{n\left[(-1)^n e^\pi - 1\right]}{1+n^2}$. Alors,*

[A] $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *diverge.* [B] $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n| \leq \frac{n}{1+n^2}$.

[C] $\forall n \geq 2$, $|u_n| \leq \frac{n(e^\pi+1)}{n^2-1}$. [D] $\lim_{n\to+\infty} nu_n = e^\pi - 1$.

Exercice 10 *Soit $u_n = 1 + a^{2^n}$ ($a \in]0,1[$). On pose :*

$$P_n = \prod_{k=1}^{n} u_k = u_1u_2\cdots u_n \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=1}^{n} a^{2^k} = a^2 + a^{2^2} + \cdots + a^{2^n}.$$

On rappelle que $\forall x \in]0,1[$, $\ln(1+x) \leq x$.

[A] S_n *est la somme des termes d'une suite géométrique.* [B] $\ln P_n \leq S_n \leq \frac{1}{1-a}$.

[C] $(P_n)_{n\geq1}$ *est décroissante et* $(S_n)_{n\geq1}$ *est croissante.* [D] $(P_n)_{n\geq1}$ *est divergente.*

Exercice 11 *On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère la fonction f qui à tout nombre complexe z associe $f(z) = z^2 + 2z + 9$.*

1. *l'image de $-1 + i\sqrt{3}$ par la fonction f est :*

   [A] $3 - 4i\sqrt{3}$. [B] 5. [C] 9. [D] $3 + 4i\sqrt{3}$.

2. *Les solutions de l'équation $f(z) = 5$, sont :*

   [A] $1 - i\sqrt{3}$ *et* $1 + i\sqrt{3}$. [B] $3 + 4i\sqrt{3}$ *et* $3 - 4i\sqrt{3}$.

   [C] $-1 + i\sqrt{3}$ *et* $-1 - i\sqrt{3}$. [D] 1 *et* 4.

3. *Le point M d'affixe le nombre complexe z vérifiant l'équation $|f(z) - 8| = 3$ décrit :*

   [A] *le demi-axe* $(O, -\vec{u})$. [B] *le cercle de centre* $\Omega(1, 0)$ *et rayon* 3.

   [C] *le demi-axe* $(O, \vec{v})$. [D] *le cercle de centre* $\Omega(-1, 0)$ *et rayon* $\sqrt{3}$.

4. *Dans le plan complexe, on note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points d'affixe z est tels que $f(z)$ soit un nombre réel. Alors, $\mathcal{E}$ est*

   [A] $\{(-1, 0)\}$. [B] *La réunion des droites d'équations respectives* $x = -1$ *et* $y = 0$.

   [C] *La droite d'équation* $x = -1$. [D] *La droite d'équation* $y = 0$.

Exercice 12 *Dans $\mathbb{R}$, l'équation* $\ln(x+4)+\ln(x-2)=\ln(2x+1)$ *:*

$\boxed{A}$ *n'a pas de Solution.*

$\boxed{B}$ *admet exactement une solution négative.*

$\boxed{C}$ *admet exactement une solution positive.*

$\boxed{D}$ *admet exactement deux solutions.*

Exercice 13 *Pour tout entier naturel n, on pose* $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\sin x\,dx$ *et* $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\cos x\,dx$.

Alors,

$\boxed{A}$ $I_0 = 0$ *et* $J_0 = 1$.

$\boxed{B}$ $I_n + nJ_n = 2$.

$\boxed{C}$ $J_n - nI_n = e^{-n\frac{\pi}{2}}$.

$\boxed{D}$ $I_n \geq 2$.

Exercice 14 *Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = \begin{cases} x\exp\left(\frac{2x}{x^2-1}\right) & si \quad x \in \mathbb{R}\setminus\{-1,1\}, \\ 0 & si \quad x=-1 \quad ou \quad x=1. \end{cases}$$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (xOy).

1. *Alors,*

   $\boxed{A}$ *f est continue sur $\mathbb{R}$.*

   $\boxed{B}$ $\forall x \neq 0,\ f(x)f(\frac{1}{x}) = 1$.

   $\boxed{C}$ *f est impaire.*

   $\boxed{D}$ *f est dérivable au point -1 et 1.*

2. *On a les limites suivantes :*

   $\boxed{A}$ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$.

   $\boxed{B}$ $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$.

   $\boxed{C}$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$.

   $\boxed{D}$ $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$.

3. *La courbe représentative C_f de f admet comme asymptote au voisinage de $+\infty$ la droite d'équation :*

   $\boxed{A}$ $y = x-2$.

   $\boxed{B}$ $y = x+2$.

   $\boxed{C}$ $y = -x+2$.

   $\boxed{D}$ $y = -x-2$.

Exercice 15 *Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir Face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 6 fois de suite cette pièce.*

$\boxed{A}$ *La probabilité d'avoir au moins une fois Face est* $\dfrac{664}{729}$.

$\boxed{B}$ *La probabilité d'avoir au plus une fois Face est* $\dfrac{256}{769}$.

$\boxed{C}$ *La probabilité d'avoir exactement deux fois Face est* $\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4$.

$\boxed{D}$ *Le nombre moyen de lancers qui donne Fase est 3.*