Concours d'accès en 1ère année du cycle normal (2015/2016)

Epreuve de Physique, durée 1h30

Exercice I

Dans le plan vertical $(O,\vec{x},\vec{y})$, on dispose d'un ressort (R_1) à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide **l_o= 10 cm** et de raideur **k = 20 N.m^{-1}**. Le ressort est enfilé sur une tige verticale, l'extrémité M est fixée à un solide (S), l'autre extrémité est soudée en O. Le solide **(S)**, assimilé à un point matériel de masse **m = 20 g** peut glisser sans frottement sur la tige verticale (**figure 1**). La position de **(S)** par rapport à O est notée **x(t)**. On donne **g=10 m.s^{-2}**.

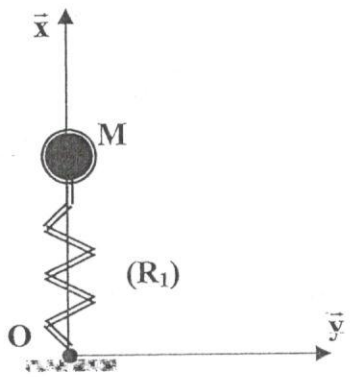

Figure 1.

__Question 1__ : On considère que le solide **(S)** est au repos. Déterminer dans ce cas la position d'équilibre, x_e de **(S)**.

Réponses A : $x_e = 5$ cm B : $x_e = 8$ cm C : $x_e = 9$ cm

I- On écarte le solide (S) de **1 cm** de sa position d'équilibre dans le sens positif de l'axe **Ox** puis on le lâche sans vitesse.

__Question 2__ : Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide **(S)**. En déduire l'équation différentielle du mouvement.

Réponses A : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_o - g$ B : $\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_o - g$ C : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{k}x = \frac{m}{k}l_o - g$

__Question 3__ : Effectuer le changement de variable $x = X(t) + x_e$ sur l'équation différentielle obtenue dans la question précédente.

Réponses A : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = 0$ B : $\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{k}{m}X = 0$ C : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{m}{k}X = 0$

Question 4 : Donner la solution **X(t)**. Calculer la fréquence ainsi que la période du mouvement.

Réponse A : $X(t) = 10^{-3}\cos(10\sqrt{10}\ t)$ Période $= \frac{\pi}{5\sqrt{10}}\ s$ Fréquence $= 10\sqrt{10}\,s^{-1}$

Réponse B : $X(t) = 10^{-2}\cos(10^{-1}\sqrt{10^{-1}}t)$ Période $= \frac{2\pi}{10^{-1}\sqrt{10^{-1}}}\,s$ Fréquence $= 10^{-1}\sqrt{10^{-1}}\,s^{-1}$

Réponse C : $X(t) = 10^{-2}\cos(10\sqrt{10}\,t)$ Période $= \frac{\pi}{5\sqrt{10}}\ s$ Fréquence $= 10\sqrt{10}\ s^{-1}$

Question 5 : Calculer la vitesse du solide **(S)** lors de son deuxième passage par la position d'équilibre.

Réponses A : $10^{-1}\sqrt{10}$ m/s B : $10\sqrt{10}$ m/s C : $10^{-1}\sqrt{10^{-1}}$ m/s

Question 6 : Calculer l'accélération du solide **(S)** lors de son deuxième passage par la position d'équilibre.

Réponses A : $\sqrt{10}$ m.s^{-2} B : 0 m.s^{-2} C : $\sqrt{10^{-1}}$ m. s^{-2}

II- Le solide **(S)** est soumis à une force verticale permettant d'entretenir un mouvement périodique vertical. Cette force est donnée sous la forme : **F = Fo cos (Ω t)**

Question 7 : Etablir l'équation différentielle, en **X(t)**, qui régit le mouvement oscillatoire forcé par rapport à l'équilibre.

Réponses

A : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{m}{k}X = \frac{Fo}{k}\cos(\Omega\,t)$ B : $\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{k}{m}X = Fo\cos(\Omega\,t)$ C : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = \frac{Fo}{m}\cos(\Omega\,t)$

Question 8 : La solution de l'équation différentielle obtenue dans la question 7 est cherchée en régime permanent sous la forme **A cos(Ω t + ϕ)**. Déterminer l'amplitude du mouvement, **A**, ainsi que la phase ϕ.

Réponses

A : $A = \frac{\frac{Fo}{k}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}$, $\phi = \pi$ B : $A = \frac{\frac{Fo}{k}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}$, $\phi = 0$ C : $A = \frac{\frac{Fo}{m}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}$, $\phi = 0$

Question 9 : Donner une explication physique du le résultat obtenu pour la phase ϕ.

Réponses :

A : **Ce résultat est dû à l'absence de frottement**
B : **Ce résultat est dû à la raideur du ressort**
C : **Ce résultat est dû à l'entretien du mouvement périodique.**

Question 10 : Pour quelle valeur de Ω, l'amplitude du mouvement peut-elle être infinie ?

Réponses : A: $\Omega = \frac{k}{m}$, B: $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, C: $\Omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$,